

第 10 章 指数

内容提要

10.1 基本问题

10.2 总指数的编制方法

10.3 指数体系

10.4 几种典型的指数

10.5 综合评价指数

10.1 基本问题

指数的定义与分类

指数编制中的问题

指数的概念与分类

定义

指数，也称统计指数，是指测定多项内容数量综合变动的**相对数**。

要点

- 测定多项内容
- 动态相对数
 - 动态：报告期与基期
 - 相对数：无量纲的相对数值

分类

- 按项目
 - 个体指数：单一项目
 - 总指数：多个项目
- 按权重
 - 简单指数：权重相同
 - 加权指数：权重不同
- 按性质
 - 数量指数：数量指标（产量、销量）
 - 质量指数：品质指标（价格、成本）

指数编制中的问题

编制步骤

1. 选择项目
2. 确定权重
3. 计算指数

说明

- 指数项目的选择
 - 代表规格品：良好的代表性，不断更新
- 确定权重的方法
 - 方法1：客观权重
 - 方法2：主观权重
- 指数的计算方法
 - 依据指数的类型，选择合适的计算方法

10.2 总指数的编制方法

简单指数

加权指数

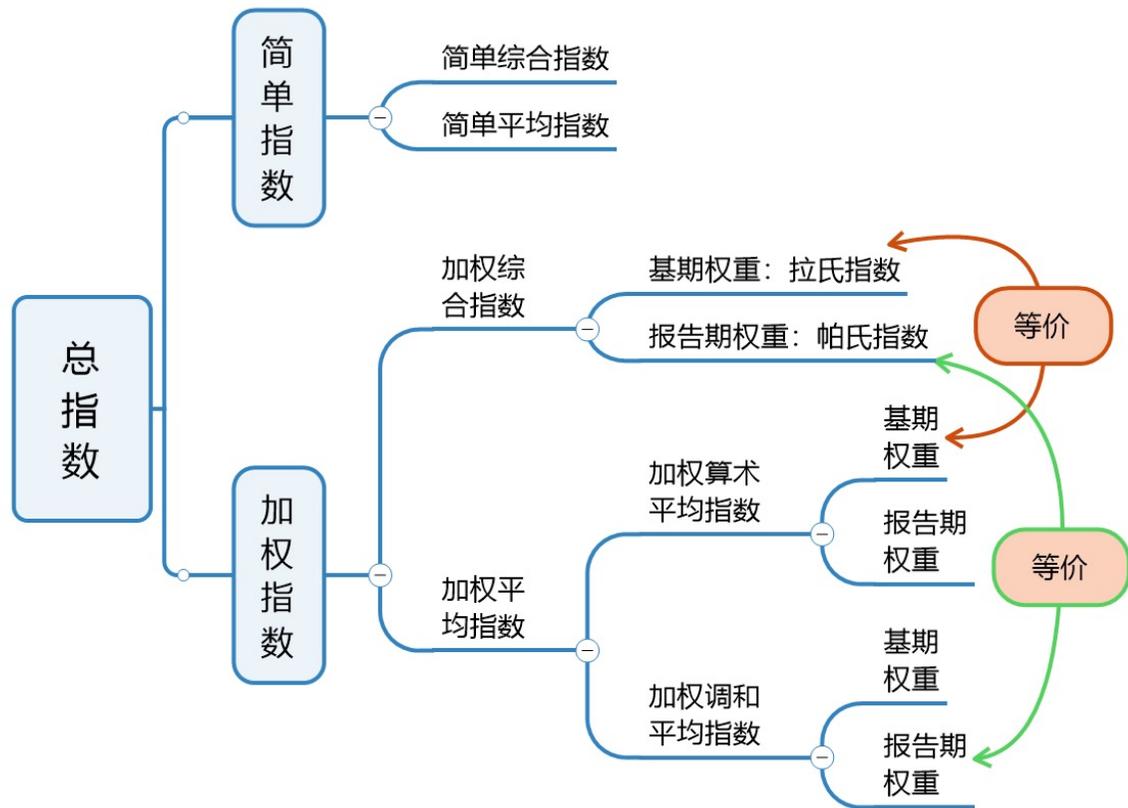
总指数的编制

定义

总指数是对个体指数的**综合**。

两种综合方法

- 权重相同（**简单指数**）
 - 对个体指数进行简单汇总，不考虑权重
- 权重不同（**加权指数**）
 - 对个体指数赋予不同的权重
 - 加权**综合**指数 vs 加权**平均**指数



简单指数

简单综合指数

- **定义：**将报告期的指标总和与基期指标总和相对比的总指数。

- **公式**

$$\text{数量指数 } I_q = \frac{\sum q_1}{\sum q_0} \quad \text{质量指数 } I_p = \frac{\sum p_1}{\sum p_0}$$

- **说明**

- 计算公式：先加后除
- 优点：操作简单，对数据要求少，适合同类型商品。
- 缺点：当不同类型商品价格差异较大时，低价商品的价格变动会被高价商品的价格变动所掩盖。（[参考：例14.2](#)）

简单平均指数

- **定义：**将个体指数进行简单平均得到的总指数。

- **公式**

$$\text{数量指数 } I_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0}}{n} \quad \text{质量指数 } I_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0}}{n}$$

- **说明**

- 计算公式：先除后加，再除
- 优点：能消除不同类型商品价格或数量的绝对水平对指数的影响。（[参考：例14.3](#)）
- 缺点：对所有类型商品赋予同等权重，不符合现实。

加权指数

加权综合指数

- **定义：** 将报告期与基期的指标按照不同权重加总后，再进行对比的指数。

- **公式**

$$\text{数量指数 } I_q = \frac{\sum q_1 p}{\sum q_0 p} \quad \text{质量指数 } I_p = \frac{\sum q p_1}{\sum q p_0}$$

- **说明**

- 计算公式：先加后除

加权平均指数

- **定义：** 将个体指数进行加权平均得到的总指数。

- **公式**

$$\text{数量指数 } A_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} q p}{\sum q p} \quad \text{质量指数 } A_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} q p}{\sum q p}$$

- **说明**

- 计算公式：先除后加，再除

加权指数： 加权综合指数

权重选择

- 基本原则：数量指数以价格为权重，价格指数以数量为权重。
- 权重时期的选择：
 - 数量指数：通常选择基期价格作为权重，以便精确测量数量变动；
 - 质量指数：
 - 选择基期数量作为权重，可以精确测量价格变动；（较少采用）
 - 选择报告期数量作为权重，可以综合反映数量和价格变动。（通常采用）

分类

- 拉氏指数（基期权重）
- 帕氏指数（报告期权重）

加权指数：加权综合指数

拉氏指数

- 提出：1864年德国学者拉斯贝尔斯(Laspeyres)
- 特点：基期权重
- 公式
 - 拉氏数量指标指数（常用）

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$$

- 拉氏质量指标指数（不常用）

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0}$$

帕氏指数

- 提出：1874年德国学者帕舍(Paasche)
- 特点：报告期权重
- 公式
 - 帕氏数量指标指数（不常用）

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1}$$

- 帕氏质量指标指数（常用）

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

加权综合指数：例子

例子

某商场甲、乙、丙三种商品2007年和2008年的资料。请计算三种商品的销售量总指数，以综合反映市场商品销售数量的变化。

某商场各种商品的销售量及销售价格资料

商品名称	计量单位	销售量		价格 (元)		销售额 (万元)			
		q ₀	q ₁	p ₀	p ₁	p ₀ q ₀	p ₁ q ₁	假定	
								p ₀ q ₁	p ₁ q ₀
甲	件	200	300	60	60	1.2	1.8	1.8	1.2
乙	双	400	500	20	30	0.8	1.5	1.0	1.2
丙	米	500	600	70	80	3.5	4.8	4.2	4.0
合计	—	—	—	—	—	5.5	8.1	7.0	6.4

指数计算

- 拉氏指数

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{7.0}{5.5} = 127.27\%$$

$$I_p = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{6.4}{5.5} = 116.36\%$$

- 帕氏指数

$$I_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = \frac{8.1}{6.4} = 126.56\%$$

$$I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{8.1}{7.0} = 115.71\%$$

加权指数：加权平均指数

权重选择

- 基本原则：以代表规格品所在类的销售额占总销售额的比重为权重。

- 权重时期的选择：基期权重 $\frac{q_0 p_0}{\sum q_0 p_0}$ 报告期权重 $\frac{q_1 p_1}{\sum q_1 p_1}$

分类

- 加权算术平均指数

$$\text{数量指数: } A_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} qp}{\sum qp}$$

$$\text{质量指数: } A_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} qp}{\sum qp}$$

- 加权调和平均指数

$$\text{数量指数: } H_q = \frac{\sum qp}{\sum \frac{q_0}{q_1} qp}$$

$$\text{质量指数: } H_p = \frac{\sum qp}{\sum \frac{p_0}{p_1} qp}$$

加权指数： 加权平均指数

固定权重的加权平均数

若权重 $\frac{qp}{\sum qp}$ 相对稳定，则加权平均指数的公式表示为：

$$I = \frac{\sum iW}{\sum W}$$

其中

- i 为个体指数或类指数
- W 为权重， $W = qp$

参考

- 视频：[居民消费价格指数（CPI）](#)

表 14—3

某市某年居民消费价格统计资料

商品类别	类指数 i (%)	固定权数 W (%)	iW (%)
一、食品类	104.15	42	43.743
二、衣着类	95.46	15	14.319
三、家庭设备用品及服务类	102.70	11	11.297
四、医疗保健和个人用品类	110.43	3	3.313
五、交通和通信工具类	98.53	4	3.941
六、娱乐教育用品及服务类	101.26	5	5.063
七、烟酒及用品类	103.50	14	14.490
八、居住类	108.74	6	6.524
合 计	—	100	102.69

居民消费价格总指数采用固定加权平均指数公式，即

$$I = \frac{\sum iW}{\sum W} = \frac{102.69}{100} = 102.69\%$$

计算结果表明，该市居民消费价格总指数报告期比基期平均上涨了 2.69%。

加权综合指数 VS 加权平均指数

区别

- 加权综合指数：适合全面资料；主要用于计算数量指数
- 加权平均指数：适合样本资料；主要用于计算质量指数

联系

- 基期权重的加权算术平均指数等价于拉氏加权综合指数

$$A_q = \frac{\sum \frac{q_1}{q_0} q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = I_q \quad A_p = \frac{\sum \frac{p_1}{p_0} q_0 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_0 p_1}{\sum q_0 p_0} = I_p$$

- 报告期权重的加权调和平均指数等价于帕氏加权综合指数

$$H_q = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{q_0}{q_1} q_1 p_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_1} = I_q \quad H_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum \frac{p_0}{p_1} q_1 p_1} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = I_p$$

10.3 指数体系

总量指数体系分析

平均数变动因素分解

总量指数体系

定义

总量指数体系，是指一个总量可以分解为若干个构成因素，其数量关系可以用指标的形式表现出来。

常见的总量指数关系

- 销售额指数=销售量指数×销售价格指数
- 总产值指数=产量指数×产品价格指数
- 总成本指数=产量指数×单位成本指数
- 销售利润指数=销售量指数×销售价格指数×销售利润率指数

指数体系关系特点

- 总量指数=基期加权的数量指数×报告期加权的质量指数

总量指数体系的关系

- 相对数关系

总量指标相对变动=数量指标相对变动×质量指标相对变动

$$\frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} \times \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$$

- 绝对数关系

总量指标绝对变动=数量指标绝对变动+质量指标绝对变动

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = (\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0) + (\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0)$$

其中： $\sum q_1 p_1$ 为报告期总量指标； $\sum q_0 p_0$ 为基期总量指标

总量指数体系的分解

- 总量指标分解

相对变动: $I_{qp} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0}$

绝对变动: $\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0$

- 数量指标分解

相对变动: $I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0}$

绝对变动: $\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0$

- 质量指标分解

相对变动: $I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0}$

绝对变动: $\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0$

总量指数体系的分解：例子

(续) 加权综合指数：例子

- 总量指标分解

$$\text{销售额指数 } I_{pq} = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_0 p_0} = \frac{8.1}{5.5} = 147.27\%$$

2008年与2007年相比，三种商品销售额增长了47.27%，增加的绝对值为：

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_0 p_0 = 8.1 - 5.5 = 2.6(\text{万元})$$

- 数量指标分解

$$\text{销售量指数 } I_q = \frac{\sum q_1 p_0}{\sum q_0 p_0} = \frac{7.0}{5.5} = 127.27\%$$

计算结果表明，2008年与2007年相比，该商场三种商品销售量平均增长了27.27%，销售量的上升使销售额增加的绝对值为：

$$\sum q_1 p_0 - \sum q_0 p_0 = 7.0 - 5.5 = 1.5(\text{万元})$$

- 质量指标分解

$$\text{销售价格指数 } I_p = \frac{\sum q_1 p_1}{\sum q_1 p_0} = \frac{8.1}{7.0} = 115.71\%$$

计算结果表明，2008年与2007年相比，三种商品销售价格平均上升了15.71%，销售价格的上升使销售额增加的绝对值为：

$$\sum q_1 p_1 - \sum q_1 p_0 = 8.1 - 7.0 = 1.1(\text{万元})$$

总量指数体系的分解：例子

- 相对变动关系

由此可见，销售额增长了 47.27%，是销售量平均增长 27.27% 和销售价格平均增长 15.71% 共同影响的结果，即

$$147.27\% = 127.27\% \times 115.71\%$$

- 绝对变动关系

而销售额增加了 2.6 万元，是销售量增长使其增加 1.5 万元和销售价格上升使其增加 1.1 万元共同影响的结果，即

$$2.6 \text{ 万元} = 1.5 \text{ 万元} + 1.1 \text{ 万元}$$

平均数变动因素

分组的加权算术平均数

公式

$$\bar{x} = \frac{\sum xf}{\sum f} = \sum \left(x \frac{f}{\sum f} \right)$$

说明

- 各组变量的取值： x

- 各组的权重（结构）： $\frac{f}{\sum f}$

平均数指数体系

- 总平均水平指数

$$I_{xf} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0}$$

- 组水平变动指数

$$I_x = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_n} = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_1 / \sum f_1}$$

- 结构变动指数

$$I_f = \frac{\bar{x}_n}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_0 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0}$$

平均数指数体系的关系

相对数关系：总平均数指数=组水平变动指数×结构变动指数

$$\frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0} = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_1 / \sum f_1} \times \frac{\sum x_0 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0} \quad (14.19)$$

简写为： $I_{xf} = I_x \times I_f$

绝对数关系：总平均水平变动额=组水平变动影响额+结构变动影响额

$$\begin{aligned} & (\sum x_1 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_0 / \sum f_0) \\ &= (\sum x_1 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_1 / \sum f_1) \\ & \quad + (\sum x_0 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_0 / \sum f_0) \end{aligned} \quad (14.20)$$

简写为： $\bar{x}_1 - \bar{x}_0 = (\bar{x}_n - \bar{x}_0) + (\bar{x}_1 - \bar{x}_n)$

平均数指数体系的分解

总平均指数分解

- 总平均水平指数:
$$I_{xf} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0}$$
 (相对变动)
- 总平均水平变动额:
$$\bar{x}_1 - \bar{x}_0 = \sum x_1 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_0 / \sum f_0$$
 (绝对变动)

组水平变动指数分解

- 组水平变动指数:
$$I_x = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_n} = \frac{\sum x_1 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_1 / \sum f_1}$$
 (相对变动)
- 组水平变动额:
$$\bar{x}_1 - \bar{x}_n = \sum x_1 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_1 / \sum f_1$$
 (绝对变动)

结构变动指数分解

- 结构变动指数:
$$I_x = \frac{\bar{x}_n}{\bar{x}_0} = \frac{\sum x_0 f_1 / \sum f_1}{\sum x_0 f_0 / \sum f_0}$$
 (相对变动)
- 结构变动额:
$$\bar{x}_n - \bar{x}_0 = \sum x_0 f_1 / \sum f_1 - \sum x_0 f_0 / \sum f_0$$
 (绝对变动)

平均数指数体系的分解：例子

例子

某机械厂所属两个分厂的某机器产品成本资料如下表所示，请分析该厂某产品总平均单位成本的变动受各分厂成本水平变动以及全厂产量结构变动的影响情况。

某机械厂某机器产品成本资料

厂别	单位成本 (元)		产量 (台)		总成本 (元)		
	x_0	x_1	f_0	f_1	$x_0 f_0$	$x_1 f_1$	$x_0 f_1$
一分厂	1200.0	1200.2	70	70	84000	85400	84000
二分厂	1000.0	900.0	30	130	30000	117000	130000
全厂	—	—	100	200	114000	202400	214000

求解：

$$\text{基期平均单位成本 } \bar{x}_0 = \frac{\sum x_0 f_0}{\sum f_0} = \frac{114\,000}{100} = 1\,140 (\text{元/台})$$

$$\text{报告期平均单位成本 } \bar{x}_1 = \frac{\sum x_1 f_1}{\sum f_1} = \frac{202\,400}{200} = 1\,012 (\text{元/台})$$

$$\text{假定平均单位成本 } \bar{x}_n = \frac{\sum x_0 f_1}{\sum f_1} = \frac{214\,000}{200} = 1\,070 (\text{元/台})$$

平均数指数体系的分解：例子

- 总平均数指数分解

该机械厂平均单位成本变动分析：

$$\text{总平均水平指数 } I_{xf} = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_0} = \frac{1\ 012}{1\ 140} = 88.8\%$$

$$\text{总平均水平变动额} = \bar{x}_1 - \bar{x}_0 = 1\ 012 - 1\ 140 = -128 \text{ (元/台)}$$

- 组水平变动指数分解

(1) 各分厂单位成本变动对全厂平均单位成本变动的影响：

$$\text{组水平变动指数 } I_x = \frac{\bar{x}_1}{\bar{x}_n} = \frac{1\ 012}{1\ 070} = 94.6\%$$

各分厂单位成本变动使全厂单位成本变化为：

$$\bar{x}_1 - \bar{x}_n = 1\ 012 - 1\ 070 = -58 \text{ (元/台)}$$

- 结构变动指数分解

(2) 各分厂产量结构变动对全厂平均单位成本变动的影响：

$$\text{结构变动指数 } I_f = \frac{\bar{x}_n}{\bar{x}_0} = \frac{1\ 070}{1\ 140} = 93.9\%$$

各分厂产量结构变动使全厂单位成本变化为：

$$\bar{x}_n - \bar{x}_0 = 1\ 070 - 1\ 140 = -70 \text{ (元/台)}$$

平均数指数体系的分解：例子

- 相对变动关系

计算结果表明，全厂平均单位成本下降 11.2%，各分厂单位成本下降使全厂单位成本下降 5.4%，产量结构变动使全厂单位成本下降 6.1%，两者共同影响的结果，即

$$88.8\% = 94.6\% \times 93.9\%$$

- 绝对变动关系

从绝对数上看，全厂平均单位成本降低了 128 元，各分厂单位成本下降使全厂单位成本降低 58 元，产量结构变动使全厂单位成本降低 70 元，即

$$-128 \text{ 元/台} = -58 \text{ 元/台} + (-70) \text{ 元/台}$$

10.4 几种典型的指数

居民消费价格指数

股票价格指数

消费者满意度指数

居民消费价格指数

定义

居民消费价格指数（CPI），是度量居民消费品和服务项目价格水平随时间变动的相对数，反应居民家庭购买的消费品和服务价格水平的变动情况。

作用

- 反映通货膨胀
- 反映居民购买力水平
- 反映职工实际工资水平

编制步骤

1. 选择代表规格品；
2. 选择调查市县和调查点
3. 价格调查和计算；
4. 权重确定
5. 指数计算

股票价格指数

上证综合指数

$$\text{今日股价指数} = \frac{\text{今日市价总值}}{\text{基日市价总值}} \times 100$$

编制特点：包括所有挂牌上市的股票；以发行量为权重。

其他指数

- [上证系列指数](#)
- [深证系列指数](#)
- [沪深300指数](#)
- [全球主要股指](#)

消费者满意度指数

消费者满意度：与经济有关的心理学概念

模型原理：将消费者满意度与价值、质量、投诉行为、忠诚度等变量关联。

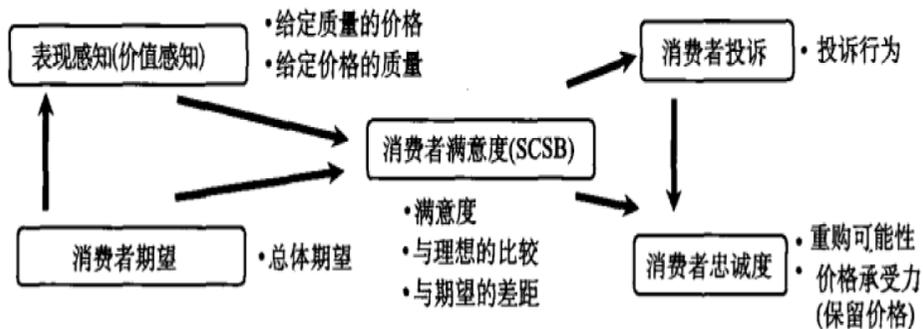


图 14—2 满意度模型框架图

模型估计：结构方程模型

消费者满意度指数编制（以美国为例）

- 消费者
 - 项目：价值感知、期望、投诉、忠诚度
 - 权重：结构方程模型，计算要素得分
- 公司
 - 项目：约200家公司，6000名消费者
 - 权重：公司销售额的比重
- 行业
 - 项目：34个行业
 - 权重：行业销售额比重
- 全国
 - 项目：7个经济领域
 - 权重：经济领域占GDP比重

10.5 综合评价指数

综合评价指数

综合评价指数的构建方法

综合评价指数

综合评价

综合评价，是指针对研究对象，建立一个进行评测的指标体系，利用一定的方法或模型，对搜集的资料进行分析，对被评价的事物做出量化的总体判断。

综合评价指数

综合评价指数，是将评价结果数量化的一种技术处理，具体是将多指标进行综合，最后形成一个指数，通过指数比较，来达到评价的目的。

综合评价指数的构建步骤

1. 建立综合评价指标体系
2. 评价指标无量纲化处理

处理方法：统计标准化、相对标准化、功效系数法

3. 确定各个项目的权重
 - 主观权重：专家打分法
 - 客观权重：根据已有数据
4. 计算综合评价指数
 - 加权平均指数法

综合评价指数的构建方法

无量纲化处理的方法

- 统计标准化: $z_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s}$
- 相对标准化: $z_i = \frac{x_i}{x_s}$
- 功效系数法
 - 基本功效系数法:

$$z_i = \frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)}$$

- 改进的功效系数法:

$$z_i = \frac{x_i - \min(x_i)}{\max(x_i) - \min(x_i)} \times 40 + 60$$

加权平均指数法

$$I = \frac{\sum_{i=1}^n z_i w_i}{\sum_{i=1}^n w_i}$$

其中: $0 \leq w_i \leq 1$, $\sum_{i=1}^n w_i = 1$

本章小结

